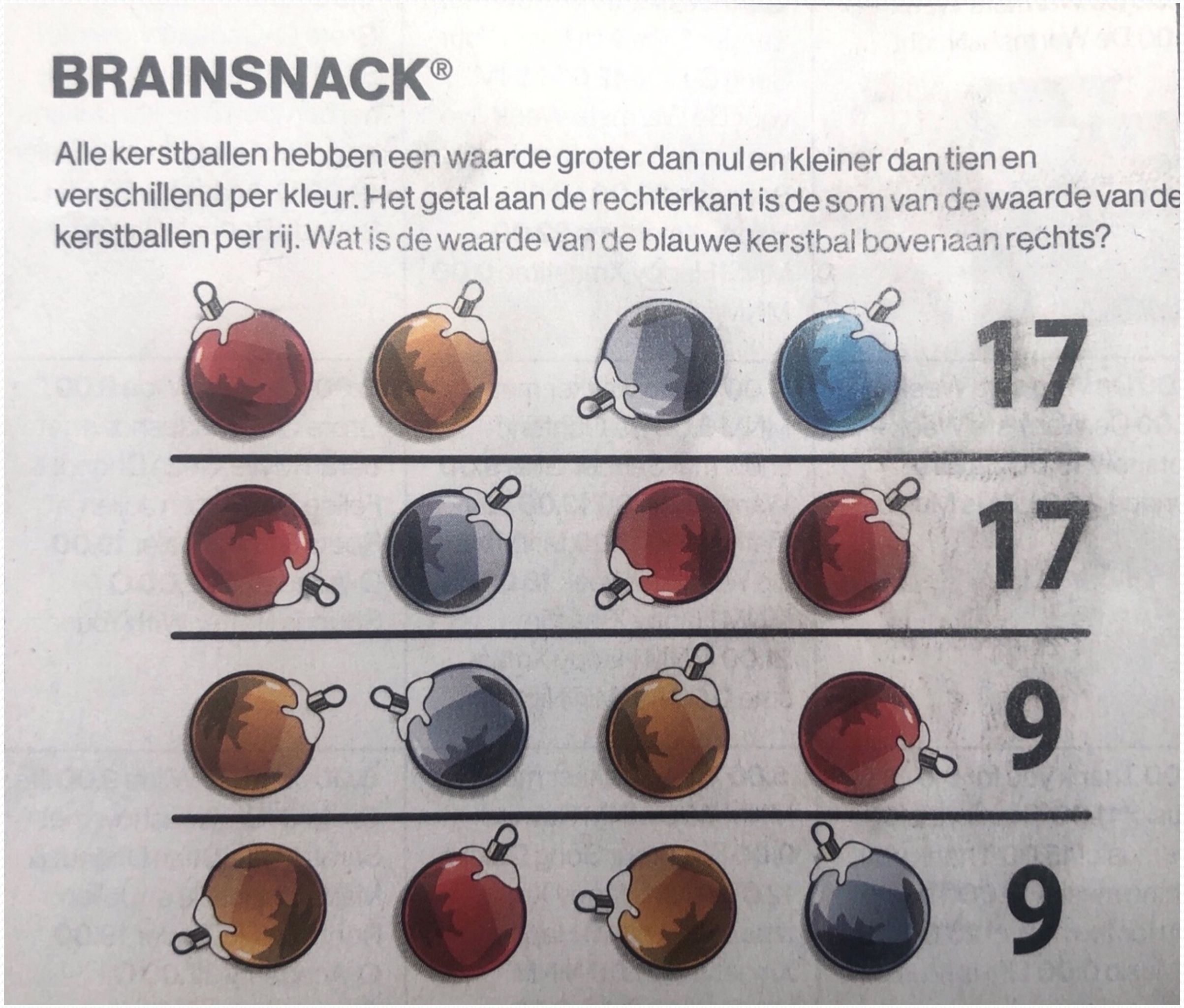
HUMO's Kerstballen Brainsnack

Piece of (X-mas) cake for Mathematica …

De opgave



BRAINSNACK®

Alle kerstballen hebben een waarde groter dan nul en kleiner dan tien en verschillend per kleur. Het getal aan de rechterkant is de som van de waarde van de kerstballen per rij. Wat is de waarde van de blauwe kerstbal bovenaan rechts?

De rechttoe rechtaan aanpak

- Op het eerste zicht lijkt de opgave te herleiden tot de oplossing van een stelsel van 4 lineaire vergelijkingen in de 4 onbekenden r, g, v, b:

```
In[35]:= Solve[
  {{{1, 1, 1, 1}, {3, 0, 1, 0}, {1, 2, 1, 0}, {1, 2, 1, 0}}.{r, g, v, b} ==
    {17, 17, 9, 9}}, {r, g, v, b}]

Solve: Equations may not give solutions for all "solve" variables.

Out[35]=
{{g → -4 + r, v → 17 - 3 r, b → 4 + r}}
```

- De 3^{e} en de 4^{e} vergelijking zijn eigenlijk dezelfde!
- ➢ Enkel een parametrische oplossing voor reële onbekenden
- ➢ In werkelijkheid dus een diofantisch probleem!

De Mathematica aanpak

- De HUMO opgave vertaalt zich dus in het commando:

```
In[29]:= Solve[{{{1, 1, 1, 1}, {3, 0, 1, 0}, {1, 2, 1, 0}}.{r, g, v, b} == {17, 17, 9},
    1 ≤ r ≤ 9, 1 ≤ g ≤ 9, 1 ≤ v ≤ 9, 1 ≤ b ≤ 9, r ∈ Integers, g ∈ Integers,
    v ∈ Integers, b ∈ Integers}, {r, g, v, b}]

Out[29]=
    {{r → 5, g → 1, v → 2, b → 9}}
```

- Zonder begrenzing naar boven blijft er slechts 1 oplossing:

```
In[30]:= Solve[{{{1, 1, 1, 1}, {3, 0, 1, 0}, {1, 2, 1, 0}}.{r, g, v, b} == {17, 17, 9},
    1 ≤ r, 1 ≤ g, 1 ≤ v, 1 ≤ b, r ∈ Integers, g ∈ Integers, v ∈ Integers,
    b ∈ Integers}, {r, g, v, b}]

Out[30]=
    {{r → 5, g → 1, v → 2, b → 9}}
```

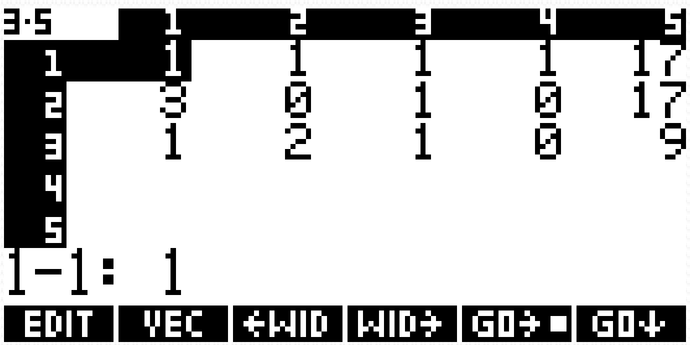
De Mathematica aanpak: toetje

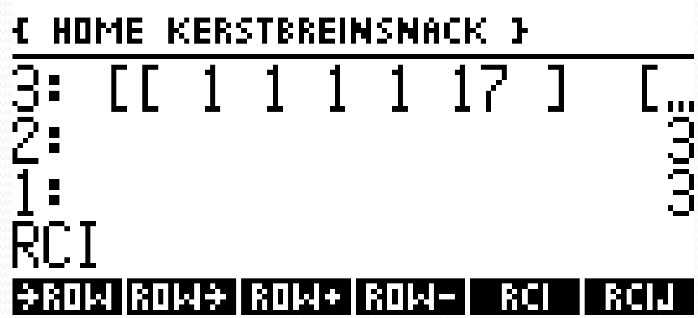
- Als je 0 als oplossing toelaat komt er eentje bij:

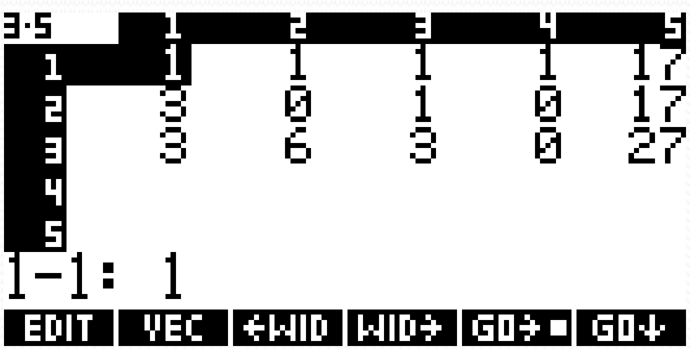
```
In[31]:= Solve[{{{1, 1, 1, 1}, {3, 0, 1, 0}, {1, 2, 1, 0}}.{r, g, v, b} == {17, 17, 9},
   0 ≤ r, 0 ≤ g, 0 ≤ v, 0 ≤ b, r ∈ Integers, g ∈ Integers, v ∈ Integers,
   b ∈ Integers}, {r, g, v, b}]

Out[31]=
   {{r → 4, g → 0, v → 5, b → 8}, {r → 5, g → 1, v → 2, b → 9}}
```

De methode verklaard op HP48G

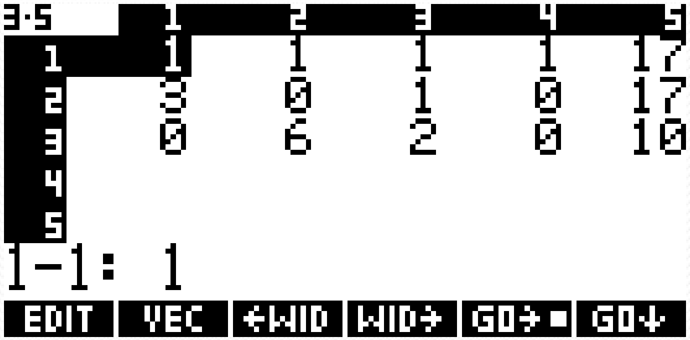
- Matrix rijreductie
- met gelijkaardige concepten als Simplex methode:
- Zoek rijreductie die minimum som oplevert
- met niet-negatieve gehele elementen (gebruik GGD)

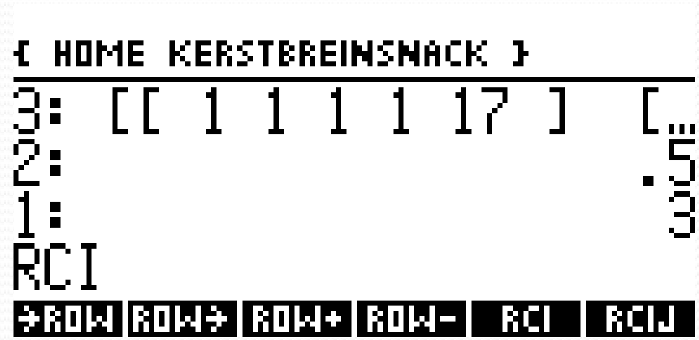


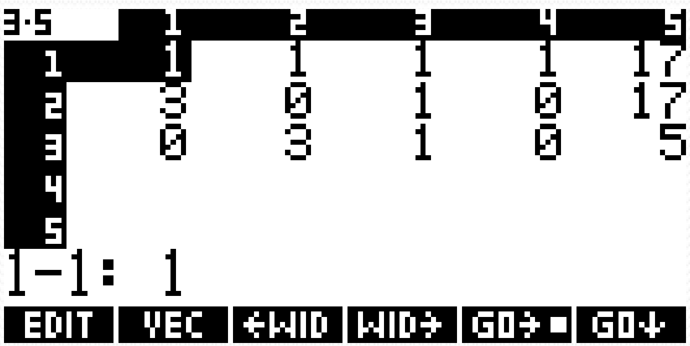




Minimale Rijreductie







$$\begin{pmatrix} b+g+r+v \\ 3r+v \\ 3g+v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 17 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- De 3^{e} vergelijking levert g=1 & v=2 als enige oplossing
- Dan levert de 2^{e} vergelijking r=5 als enige oplossing
- De 1^{e} vergelijking levert finaal b=9 als enige oplossing